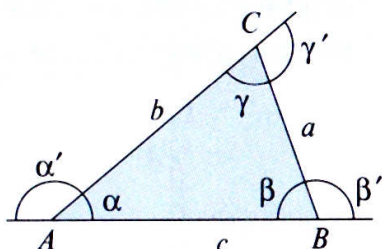


Trojúhelníky

Trojúhelník a jeho charakteristické prvky

Trojúhelník ABC je definován jako průnik tří polorovin, tj. $\Delta ABC = \rightarrow ABC \cap \rightarrow BCA \cap \rightarrow CAB$.



Vrcholy ΔABC označujeme A, B, C, strany ΔABC označujeme a, b, c, vnitřní úhly ΔABC označujeme α, β, γ , vnější úhly ΔABC označujeme α', β', γ' .

Pro trojúhelník ABC a jeho úhly platí:

- Součet velikostí vnitřních úhlů je roven 180°
- Velikost vnějšího úhlu ΔABC je roven součtu velikostí vnitřních úhlů při zbývajících vrcholech

Typy trojúhelníků

Podle délek stran:

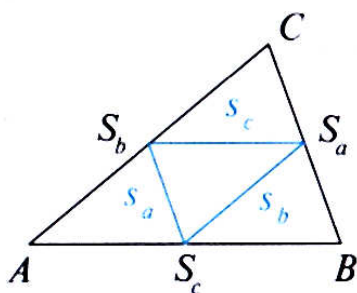
- Rovnoramenný (dvě strany stejně dlouhé)
- Rovnostranný (všechny strany shodné)
- Různostranný (obecný, žádné strany nejsou shodné)

Podle velikosti vnitřních úhlů:

- Ostroúhlý (všechny vnitřní úhly ostré)
- Tupouhlý (jeden vnitřní úhel tupý)
- Pravoúhlý (jeden vnitřní úhel pravý)

Trojúhelníková nerovnost, střední příčka trojúhelníku

Trojúhelníková nerovnost: Úsečky o délkách a, b, c jsou stranami trojúhelníku právě když platí $|b - c| < a < b + c$.



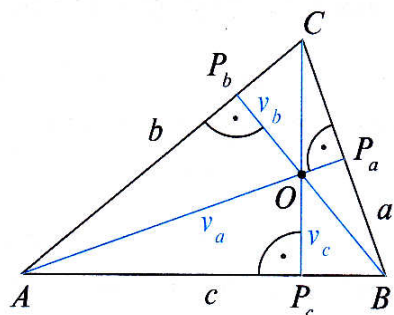
Střední příčka trojúhelníku je úsečka spojující středy dvou stran trojúhelníku.

Každá střední příčka je rovnoběžná s tou stranou trojúhelníku, jejíž střed nespojuje.

Její délka je rovna polovině délky této strany. Střední příčky označujeme obvykle s_a, s_b, s_c .

Výšky a těžnice trojúhelníku

Výška trojúhelníku ABC je úsečka, jejímiž krajními body jsou vrchol trojúhelníku (např. A) a pata kolmice (např. P_a), vedené tímto vrcholem ke straně trojúhelníku, která proti tomuto vrcholu leží. Výšky označujeme obvykle v_a, v_b, v_c .



Průsečík přímk, v nichž leží výšky, je právě jeden bod, který se nazývá **ortocentrum**, obvykle ho značíme O.

V rovnostranném trojúhelníku platí $v_a = v_b = v_c$.	V rovnoramenném trojúhelníku platí, že výšky na ramena mají stejnou velikost.	V pravoúhlém trojúhelníku platí, že odvěsny jsou zároveň jeho výškami.	V tupoúhlém trojúhelníku platí, že některé výšky leží vně trojúhelníku. V tupoúhlém trojúhelníku leží ortocentrum O vně trojúhelníku.

Těžnice trojúhelníku ABC je úsečka, spojující vrchol trojúhelníku se středem jeho protější strany. Těžnice označujeme obvykle t_a, t_b, t_c .

Těžnice se protínají v jednom bodě zvaném **těžiště** trojúhelníku ABC, tento bod označujeme T.

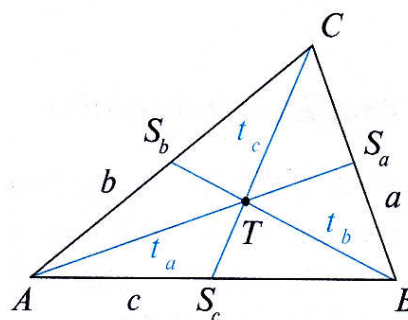
Vzdálenost těžiště T od vrcholu ΔABC je rovna dvěma třetinám délky příslušné těžnice.

Platí tedy:

$$|S_a T| = \frac{1}{3} t_a \wedge |AT| = \frac{2}{3} t_a,$$

$$|S_b T| = \frac{1}{3} t_b \wedge |BT| = \frac{2}{3} t_b,$$

$$|S_c T| = \frac{1}{3} t_c \wedge |CT| = \frac{2}{3} t_c.$$

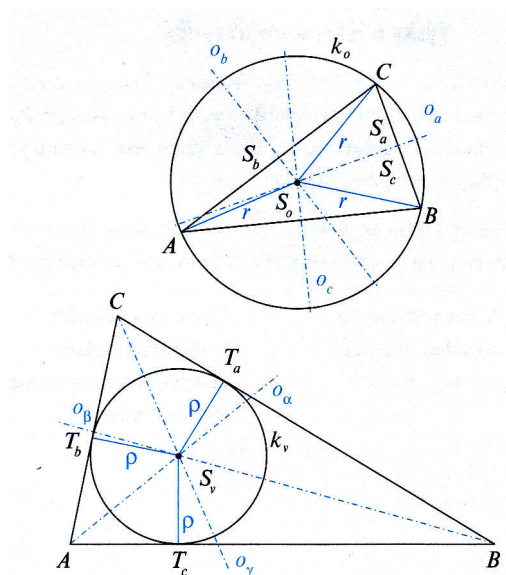


Kružnice trojúhelníku opsaná a vepsaná

Kružnice k_o trojúhelníku ABC **opsaná** je taková kružnice, která prochází všemi vrcholy tohoto trojúhelníku. Její poloměr označujeme r .

Střed kružnice opsané ΔABC získáme jako průsečík os stran tohoto trojúhelníku.

Kružnice k_v trojúhelníku ABC **vepsaná** je taková kružnice, která se dotýká všech stran ΔABC . Její poloměr označujeme ρ . Střed kružnice vepsané ΔABC získáme jako průsečík os úhlů tohoto trojúhelníku.



Shodnost trojúhelníků

Dva trojúhelníky jsou **shodné**, můžeme-li jeden přemístit tak, že splynou. Píšeme pak $\Delta ABC \cong \Delta KLM$.

Věty o shodnosti:

sss: Dva trojúhelníky, které se shodují ve všech třech stranách, jsou shodné.

usu: Dva trojúhelníky, které se shodují v jedné straně a úhlech přilehlých k této straně, jsou shodné.

sus: Dva trojúhelníky, které se shodují ve dvou stranách a úhlu jimi sevřeném, jsou shodné.

Ssu: Dva trojúhelníky, které se shodují ve dvou stranách a úhlu proti větší z nich, jsou shodné.

Podobnost trojúhelníků

Trojúhelník $A'B'C'$ je **podobný** trojúhelníku ABC, jestliže existuje kladné reálné číslo k tak, že pro jejich strany platí:

$|A'B'| = k \cdot |AB| \wedge |B'C'| = k \cdot |BC| \wedge |C'A'| = k \cdot |CA|$. Číslo k se nazývá **poměr podobnosti**.

Věty o podobnosti:

uu: Dva trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se ve dvou úhlech.

sus: Dva trojúhelníky jsou podobné, shodují-li se v jednom úhlu a v poměru délek stran ležících na jeho ramenech.

Ssu: Dva trojúhelníky jsou podobné, jestliže jsou si rovny poměry délek dvou stran a rovnají se velikosti úhlů proti větší z nich.

Věty Eukleidovy a věta Pythagorova

Pro odvěsny a, b , přeponu c , úseky c_a, c_b a výšku v_c lze odvodit následující věty:

Eukleidova věta o výšce: V každém pravoúhlém trojúhelníku ABC platí $c_a \cdot c_b = v_c^2$.

Eukleidova věta o odvěsně: V každém pravoúhlém trojúhelníku ABC platí $c \cdot c_a = a^2$, $c \cdot c_b = b^2$.

Pythagorova věta: V každém pravoúhlém trojúhelníku ABC platí $a^2 + b^2 = c^2$

