

Def: Lineární lomená funkce je každá funkce daná předpisem $f : y = \frac{ax + b}{cx + d}$,

kde $a, b, c, d \in \mathbb{R}, c \neq 0, ad \neq bc$.

Grafem lineární lomené funkce je **rovnoosá hyperbola**, která má střed v bodě $\left[-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right]$ a její asymptota prochází tímto středem.

Asymptoty jsou rovnoběžné s jednotlivými osami soustavy souřadnic a mají rovnice

$$x = -\frac{d}{c} \text{ a } y = \frac{a}{c}.$$

Definiční obor funkce je $D(f) = \mathbb{R} - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$, **obor hodnot** $H(f) = \mathbb{R} - \left\{\frac{a}{c}\right\}$, funkce je prostá, nemá maximum ani minimum, není omezená.

Nepřímá úměrnost je druhem lineární lomené funkce, kdy $a = 0, d = 0$.

Dostaneme tak $f : y = \frac{b}{cx} = \frac{k}{x}$

Příklad:

Vyšetři funkci $f : y = \frac{x+1}{x-1}$.

Řešení:

Podmínky: $x \neq 1 \Rightarrow D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

$$x+1 : (x-1) = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\frac{-(x-1)}{2}$$

$$f : y = \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

Průsečíky s osami:

$$x = 0 : y = 1 + \frac{2}{0-1} = -1 \Rightarrow P_x [0; -1]$$

$$y = 0 : 0 = 1 + \frac{2}{x} \Rightarrow x = -2 \Rightarrow P_y [-2; 0]$$

Obor hodnot: $H(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

Střed hyperboly leží v bodě $[1; 1]$, Funkce nemá maximum ani minimum, není sudá ani lichá, je klesající pro $x \in (-\infty; 1)$ pro $x \in (1; \infty)$, je tedy prostá, není omezená shora ani zdola.

