

Příklad 8

Kraťte a запиште, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{6x^2y}{4xy^2}$

b) $\frac{xy - y}{y}$

c) $\frac{x^2 - xy}{7x - 7y}$

d) $\frac{1 - x}{x - 1}$

e) $\frac{x^2 - y^2}{(x + y)^2}$

f) $\frac{3x^2 + 12x + 12}{6x^2 - 24}$

Řešení

a) $\frac{6x^2y}{4xy^2} = \frac{3x \cdot 2xy}{2y \cdot 2xy} = \frac{3x}{2y}, x \neq 0, y \neq 0$

b) $\frac{xy - y}{y} = \frac{y(x - 1)}{y} = x - 1, y \neq 0$

c) $\frac{x^2 - xy}{7x - 7y} = \frac{x(x - y)}{7(x - y)} = \frac{x}{7}, x \neq y$

d) $\frac{1 - x}{x - 1} = \frac{(-1) \cdot (x - 1)}{x - 1} = -1, x \neq 1$

e) $\frac{x^2 - y^2}{(x + y)^2} = \frac{(x + y)(x - y)}{(x + y)(x + y)} = \frac{x - y}{x + y}, x \neq -y$

f) $\frac{3x^2 + 12x + 12}{6x^2 - 24} = \frac{3(x^2 + 4x + 4)}{6(x^2 - 4)} = \frac{3(x + 2)^2}{6(x + 2)(x - 2)} =$
 $= \frac{x + 2}{2(x - 2)}, x \neq -2, x \neq 2$

Úlohy

72. Kraťte a запиште, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{15x^2y}{3xy}$

b) $\frac{(4x^2y)^2}{8x^3y}$

c) $\frac{xy - y}{xy}$

$$\text{d) } \frac{x-2}{3x-6} \quad \text{e) } \frac{x^2-1}{x-1} \quad \text{f) } \frac{x^2+y^2}{(x+y)^2}$$

73. Krafte a zapište, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{m^2-16}{m^2-4m} & \text{b) } \frac{m-n}{n-m} & \text{c) } \frac{3n^2-15n}{5-n} \\ \text{d) } \frac{m^2-9n^2}{2m-6n} & \text{e) } \frac{m^2+6mn+9n^2}{m+3n} & \text{f) } \frac{4m^2-25n^2}{5n-2m} \end{array}$$

74. Zjednodušte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{2a^2+3ab}{6ab+9b^2} & \text{b) } \frac{4a^2-28ab}{2a^2-14ab} & \text{c) } \frac{6a^2+3ab}{a^2+2ab} \\ \text{d) } \frac{9a^2-4b^2}{9a^2-12ab+4b^2} & \text{e) } \frac{81a^2-1}{27a+3} & \text{f) } \frac{6a^3+48a^2+96a}{3a^2+12a} \end{array}$$

75. Zjednodušte:

$$\text{a) } \frac{(x+3y)^2-y^2}{xy+2y^2} \quad \text{b) } \frac{x^2+xy-y(3x-y)}{2(x-y)^2}$$

Příklad 9

Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{1-2x}{3x} \cdot (-6x^2) & \text{b) } \frac{2}{y+z} \cdot (y^2-z^2) \\ \text{c) } \frac{m-5n}{3m-2n} \cdot (2n-3m) & \text{d) } \left(\frac{1}{r-3s} - \frac{3s+r}{9s^2-r^2} \right) \cdot (3s-r) \end{array}$$

Řešení

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1-2x}{3x} \cdot (-6x^2) &= \frac{(1-2x) \cdot (-6x^2)}{3x} = \frac{(1-2x) \cdot (-2x) \cdot 3x}{3x} = \\ &= (1-2x) \cdot (-2x) = -2x + 4x^2 = 4x^2 - 2x, x \neq 0 \\ \text{b) } \frac{2}{y+z} \cdot (y^2-z^2) &= \frac{2(y+z)(y-z)}{y+z} = 2(y-z), y \neq -z \\ \text{c) } \frac{m-5n}{3m-2n} \cdot (2n-3m) &= \frac{(m-5n)(2n-3m)}{3m-2n} = \\ &= \frac{(m-5n)(2n-3m)}{-(2n-3m)} = \frac{m-5n}{-1} = 5n-m, n \neq \frac{3}{2}m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } \left(\frac{1}{r-3s} - \frac{3s+r}{9s^2-r^2} \right) \cdot (3s-r) &= \frac{3s-r}{r-3s} - \frac{(3s+r)(3s-r)}{9s^2-r^2} = \\ &= \frac{-(r-3s)}{r-3s} - \frac{(3s+r)(3s-r)}{(3s+r)(3s-r)} = -1 - 1 = -2, r \neq 3s, r \neq -3s \end{aligned}$$

Úlohy

76. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{3+5x}{7x} \cdot 21x^2$

b) $\frac{1}{3x^2y} \cdot (-6x^2y^2)$

c) $\frac{x-1}{x^2-x} \cdot 3x^2$

d) $\frac{6x-1}{6x+1} \cdot (12x+2)$

e) $\frac{8x+7}{8x-7} \cdot (14-16x)$

f) $\frac{x-y}{x^2-4y^2} \cdot (x-2y)$

77. Zjednodušte a uveďte, kdy mají dané lomené výrazy smysl:

a) $\frac{u^3+u^2}{u^2-1} \cdot (u-1)$

b) $\frac{18v}{30v+42} \cdot (5v+7)$

*c) $\frac{4r^2+28rs+49s^2}{2r+7s} \cdot (2r-7s)$

*d) $\frac{p-q}{4p^2-8pq+4q^2} \cdot (4p^2-4pq)$

78. Zjednodušte:

a) $\frac{a-2b+1}{(a-2b)^2-1} \cdot (a-2b-1)$ b) $\frac{3a+2-b}{4-(3a-b)^2} \cdot (2+b-3a)$

79. Zjednodušte:

a) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \cdot (-1)$

b) $\left(\frac{1}{x} - \frac{1+x}{x} \right) \cdot (-2x)$

c) $\left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \cdot x^2$

d) $\left(\frac{xy-y}{y^3x} - \frac{2}{xy^2} \right) \cdot (-xy^2)$

e) $\left(\frac{x}{x+2y} + \frac{x-2y}{x^2-4y^2} \right) \cdot (2y+x)$

f) $\left(\frac{2}{3u-x} - \frac{x+3y}{x^2-9y^2} \right) \cdot (x-3y)$

Výsledky:

72. a) $5x, x \neq 0, y \neq 0$; b) $2xy, x \neq 0, y \neq 0$; c) $\frac{x-1}{x}, x \neq 0, y \neq 0$; d) $\frac{1}{3}, x \neq 2$; e) $x+1, x \neq 1$; f) nedá se krátit, $x \neq -y$.
73. a) $\frac{m+4}{m}, m \neq 0, m \neq 4$; b) $-1, n \neq m$; c) $-3n, n \neq 5$; d) $\frac{m+3n}{2}, m \neq 3n$; e) $m+3n, m \neq -3n$; f) $-2m-5n, n \neq \frac{2m}{5}$.
74. a) $\frac{a}{3b}, b \neq 0, a \neq -\frac{3b}{2}$; b) $2; a \neq 0, a \neq 7b$; c) $\frac{3(2a+b)}{a+2b}, a \neq 0, a \neq -2b$; d) $\frac{3a+2b}{3a-2b}, a \neq \frac{2b}{3}$; e) $\frac{9a-1}{3}, a \neq -\frac{1}{9}$; f) $2(a+4), a \neq 0, a \neq -4$.
75. a) $\frac{x+4y}{y}, y \neq 0, x \neq -2y$; b) $\frac{1}{2}, x \neq y$.
76. a) $9x+15x^2, x \neq 0$; b) $-2y, x \neq 0, y \neq 0$; c) $3x, x \neq 0, x \neq 1$; d) $2(6x-1), x \neq -\frac{1}{6}$; e) $-2(8x+7), x \neq \frac{7}{8}$; f) $\frac{x-y}{x+2y}, x \neq -2y, x \neq 2y$.
77. a) $u^2, u \neq -1, u \neq 1$; b) $3v, v \neq -\frac{7}{5}$; c) $4r^2-49s^2, r \neq -\frac{7}{2}s$; d) $p, p \neq q$.
78. a) $1, a \neq 2b-1, a \neq 2b+1$; b) $1, b \neq 3a-2, b \neq 3a+2$.
79. a) $y-x, x \neq -y$; b) $2x, x \neq 0$; c) $x^2+x+1, x \neq 0$; d) $3-x, x \neq 0, y \neq 0$; e) $x+1, x \neq 2y, x \neq -2y$; f) $-3, x \neq 3y, x \neq -3y$.