

# 1 Proměnná, výroky, množiny

**1.1** a)  $a^2 - b^2$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ; b)  $(a + b)^3$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ; c)  $3(a - b)^2$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ; d)  $2a^3 + 2b^3$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ; e)  $2(a^3 - b^3)$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ ; f)  $2n$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ ; g)  $2n - 1$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ ; h)  $2n + 2(n + 1)$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ .

**1.2** a) Druhá mocnina rozdílu dvou libovolných reálných čísel; b) součet třetích mocnin dvou libovolných reálných čísel; c) druhá mocnina trojnásobku rozdílu dvou libovolných reálných čísel; d) dvojnásobek součtu třetích mocnin dvou libovolných reálných čísel; e) rozdíl dvojnásobků třetích mocnin dvou libovolných reálných čísel; f) součet dvou po sobě následujících lichých čísel.

**2.1** a) Výrok pravdivý; b) výrok nepravdivý; c) není výrok; d) není výrok; e) není výrok; f) výrok nepravdivý; g) výrok, jehož pravdivostní hodnotu neznáme (hypotéza).

**2.2** a) Na dnešek se učili nejvýše tři žáci. b) Daná rovnice nemá žádný kořen. c) Aspoň dva z kořenů dané rovnice jsou záporné. d) Aspoň jeden z vyučovacích předmětů mě baví. e) Tato úloha má nejvýše jedno nebo aspoň tři řešení.

**2.3** a)  $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ ; b)  $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0$ .

**2.4** a) Pro každé reálné číslo  $x$  platí, že  $\sqrt{x^2} = |x|$ . b) Existuje aspoň jedno reálné číslo  $x$ , pro které platí, že  $(x + 1)^2 < 1$ .

**2.5** 2.3 a) Existuje aspoň jedno reálné číslo  $x$ , pro které platí, že  $x^2 < 0$ . 2.3 b) Žádné přirozené číslo není kořenem rovnice  $x^2 - 9 = 0$ .

2.4 a) Existuje aspoň jedno reálné číslo  $x$ , pro které platí, že  $\sqrt{x^2} \neq |x|$ . 2.4 b) Pro každé reálné číslo  $x$  platí, že  $(x + 1)^2 \geq 1$ .

**2.6** a)  $V(0) = 0$ ,  $V(1) = 1$ ,  $V(3) = 0$ ,  $V(4) = 1$ ; b)  $V(0) = 0$ ,  $V(-1) = 0$ ,  $V(-2) = 1$ ; c)  $V(-3) = 0$ ,  $V(-1) = 1$ ,  $V(0) = 1$ ,  $V(1) = 1$ ; d)  $V(-3) = 0$ ,  $V(-1) = 1$ ,  $V(0) = 0$ ,  $V(1) = 1$ .

**2.7** a) Jestliže řidič nezastavuje k odpočinku, necítí se unaven. b) Jestliže se léčím, mám zvýšenou teplotu. c) Pro každé přirozené číslo  $n$  platí, že je-li  $n$  liché, pak i  $n^2$  je liché.

**2.8** a) Zítra nebude sněžit nebo budou teploty vyšší než  $0^\circ\text{C}$ . b) Po obědě si neobjednám ani čaj, ani kávu. c) Řidič chce odbočit a nedává znamení o změně směru jízdy. d) Trojúhelník  $ABC$  s přeponou  $c$  a odvěsnami  $a$ ,  $b$  je pravoúhlý a přitom  $c^2 \neq a^2 + b^2$  nebo  $c^2 = a^2 + b^2$  a trojúhelník  $ABC$  není pravoúhlý.

**2.9** a)  $x \neq 1 \wedge x \leq 3$ ; b)  $x \geq 0 \vee x = -1$ ; c)  $x < 0 \wedge (x + 1)^2 > 1$ ; d)  $[x < 0 \wedge (x + 1)^2 > 1] \vee [x \geq 0 \wedge (x + 1)^2 \leq 1]$ .

**2.10** a) Řidič se cítí unaven a nezastaví k odpočinku. b) Nemám zvýšenou teplotu a léčím se. c) Existuje aspoň jedno přirozené číslo  $n$ , pro které platí, že  $n^2$  je sudé a  $n$  je liché.

**3.1** a)  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ; b)  $B = \{-5, 5\}$ ; c)  $C = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ; d)  $D = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ ; e)  $E = \emptyset$ .

**3.2** a)  $A = \{x \in \mathbb{N}; x < 6\}$ ; b)  $B = \{x \in \mathbb{N}; x \text{ liché} \wedge x \leq 11\}$ .

**3.3** a)  $(-\infty, 5)$ ; b)  $(2, +\infty)$ ; c)  $(0, 10)$ .

**3.4** a)  $\{x \in \mathbb{R}; x > 3\}$ ; b)  $\{x \in \mathbb{R}; x \leq -5\}$ ; c)  $\{x \in \mathbb{R}; -3 < x \leq 2\}$ .

**3.5**  $C \subset A$ ,  $B = D$ .

**3.6**  $A \cap B = B$ ,  $A \cap C = \{b, d\}$ ,  $B \cap C = \emptyset$ ,  $A \cup B = A$ ,  $A \cup C = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B \cup C = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $A - B = \{b, d\}$ ,  $B'_A = \{b, d\}$ .

**3.7** a)  $(4, 6)$ ; b)  $\emptyset$ ; c)  $(2, +\infty)$ ; d)  $\mathbb{R}$ ; e)  $(-\infty, 2) \cup (6, +\infty)$  nebo