

Prověřka "elektrické pole" - řešení

R5.6 $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $n = ?$

$$n = \frac{Q}{e} = 6,2 \cdot 10^{12}$$

R5.8 a) $r_1 = 2r$, b) $r_2 = 3r$; $F = ?$

$$F \sim \frac{1}{r^2}, \quad F_1 = \frac{F}{4}, \quad F_2 = \frac{F}{9}$$

R5.9 $F = 1 \text{ N}$, a) $r_1 = r/2$, b) $r_2 = r/3$; $F = ?$

$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

a) $F_1 = 4 \text{ N}$

b) $F_2 = 9 \text{ N}$

R5.10 $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$, $Q_1 = Q_2 = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$; $F = ?$

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} = 0,9 \text{ N}$$

R5.11 $Q_1 = Q_2 = 10 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-5} \text{ C}$, $F = 10 \text{ N}$; $r = ?$

$$r = \sqrt{\frac{k Q_1 Q_2}{F}} = 3 \cdot 10^{-1} \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

R5.12 $F = 3,6 \text{ N}$, $r = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m}$; $Q = ?$

$$Q = r \sqrt{\frac{F}{k}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} = 2 \text{ } \mu\text{C}$$

Poněvadž se náboje navzájem přitahují, mají náboje opačné znaménko: $Q_1 = +2 \text{ } \mu\text{C}$, $Q_2 = -2 \text{ } \mu\text{C}$.

R5.14 $Q_1 = 1 \text{ } \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ C}$, $r = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $F = 1 \text{ N}$, a) $\epsilon_r = 1$, b) $\epsilon_r = 2$; $Q_2 = ?$

a) $Q_2 = \frac{F r^2}{k Q_1} = 10^{-7} \text{ C} = 0,1 \text{ } \mu\text{C}$

b) $Q_2' = \frac{\epsilon_r F r^2}{k Q_1} = \epsilon_r Q_2 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 0,2 \text{ } \mu\text{C}$

R5.16 $Q = 20 \text{ } \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, $F = 1 \text{ N}$; $E = ?$

$$E = \frac{F}{Q} = 5 \cdot 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

R5.17 $E = 4 \cdot 10^5 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, $Q = 25 \text{ } \mu\text{C} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$; $F = ?$

$$F = QE = 10 \text{ N}$$

R5.19 $Q = 10^{-2} \text{ } \mu\text{C} = 10^{-8} \text{ C}$, $r_1 = 1 \text{ m}$, $r_2 = 5 \text{ m}$; $f(E) = ?$

Závislost velikost intenzity elektrického pole E bodového náboje Q na vzdálenosti r je dána vztahem

$$E = k \frac{Q}{r^2}.$$

Dosadíme $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, $Q = 10^{-8} \text{ C}$ a dostaneme

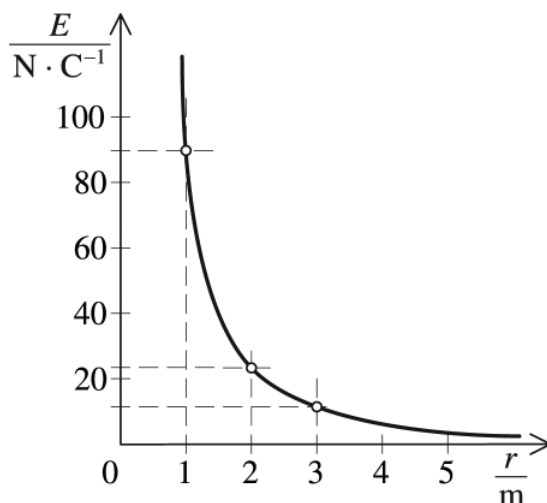
$$E = \frac{90 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \cdot \text{m}^2}{r^2},$$

kde r je v metrech a intenzita E elektrického pole je v jednotkách $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$.

Číselné hodnoty intenzity E pro vzdálenost $r \in \langle 1 \text{ m}, 5 \text{ m} \rangle$ zapíšeme do tabulky

$\frac{r}{\text{m}}$	1	2	3	4	5
$\frac{E}{\text{N} \cdot \text{C}^{-1}}$	90	22,5	10	5,6	3,6

a sestojíme graf závislosti velikosti intenzity E bodového náboje na vzdálenosti r (viz obr. R5-19 [5-1]).



Obr. R5-19

R5.20 $Q_1 = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $Q_2 = 5 \text{ } \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$; $E = ?$

$$E_1 = k \frac{Q_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}, E_2 = -k \frac{Q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}$$

$$E = E_1 - E_2 = k \frac{1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} (Q_1 - Q_2) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

R5.21 $|AB| = 2r$, a) $Q_1 = -Q_2$, b) $Q_1 = Q_2$; $E = ?$

$$\text{a) } E_1 = k \frac{1}{r^2} (Q_1 + Q_2) = k \frac{2Q}{r^2}$$

$$\text{b) } E_2 = 0$$

R5.22 Vzhledem ke konstantní vzdálenosti středu od nabitého kruhového prstence jsou zde elektrické síly, které by působily na kladný jednotkový náboj, navzájem vykompenzovány a intenzita elektrického pole $E = 0$.

R5.23 $Q_A = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $Q_B = -8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$, $r = 0,4 \text{ m}$, $c = 0,3 \text{ m}$; $E_C = ?$, $E_D = ?$

a) Ve středu C úsečky AB jsou intenzity \mathbf{E} elektrického pole nábojů Q_A a Q_B stejně velké a stejného směru (viz obr. 5-23a [5-2a]). Velikost výsledné intenzity pole je proto

$$E_C = \frac{2kQ}{r^2},$$

kde $Q = Q_A = |Q_B|$. Pro dané veličiny je $E_C = 9 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

b) V bodě D ležícím na ose úsečky AB jsou intenzity \mathbf{E} elektrického pole od nábojů Q_A a Q_B opět stejné velké, ale různého směru (viz obr. 5-23b [5-2b]).

Velikost intenzity od každého náboje je $E = kQ/d^2$, kde

$$d = \sqrt{r^2 + c^2} = 0,5 \text{ m}.$$

Velikost výsledné intenzity je pak

$$E_D = 2E \cos \alpha,$$

kde $\cos \alpha = r/d$. Po dosazení $E = kQ/d^2$ dostáváme

$$E_D = \frac{2kQr}{d^3}.$$

Pro příslušné číselné hodnoty $E_D = 4,6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

Velikost intenzity elektrického pole ve středu C dané úsečky je $9 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, v bodě D je $4,6 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

R5.25 $Q = 10 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-5} \text{ C}$, $E = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, $s = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$; $W_e = ?$

a) $W_e = Fs = QEs = 10^{-2} \text{ J}$

b) Jestliže elektrická síla působí ve směru kolmém k intenzitě elektrického pole, práce se nekoná, $W_e = 0$.

R5.26 $Q = 5 \text{ } \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, $W_e = 1 \text{ J}$, $d = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$; $E = ?$

Vektor \mathbf{E} je kolmý k deskám a má směr od kladné desky k desce uzemněné.

$$|E| = \frac{W_e}{Qd} = 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

R5.27 $Q = 50 \text{ } \mu\text{C} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, $W_e = 0,2 \text{ J}$; $\varphi = ?$

$$\varphi = \frac{W_e}{Q} = 4 \cdot 10^3 \text{ V} = 4 \text{ kV}$$

R5.28 $Q = 12 \text{ } \mu\text{C} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$, $\Delta\varphi = 500 \text{ V}$; $W_e = ?$

$$W_e = Q\Delta\varphi = 6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

R5.30 $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $\varphi_1 = 300 \text{ V}$, $\varphi_2 = 800 \text{ V}$; $W_e = ?$, a) $A \rightarrow B$, b) $A \rightarrow C$

$$\text{a) } W_e = Q\Delta\varphi = 5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$\text{b) } W_e = 0$$

$$\mathbf{R5.31} \quad Q = 0,25 \mu\text{C} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ C}, W_e = 10^{-3} \text{ J}; U = ?$$

$$U = \frac{W_e}{Q} = 4 \cdot 10^3 \text{ V} = 4 \text{ kV}$$

$$\mathbf{R5.32} \quad U = 1\,000 \text{ V}, d = 0,1 \text{ m}, q = 10^{-6} \text{ C}; E = ?, W = ?$$

a) Vztah mezi napětím U a intenzitou elektrického pole E mezi dvěma rovnoběžnými vodivými deskami je $U = Ed$. Odtud

$$E = \frac{U}{d}.$$

Pro dané hodnoty je velikost intenzity $E = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

b) Vztah mezi napětím U a prací W , která se vykoná při přenesení náboje q mezi deskami, je $U = W/q$. Odtud

$$W = qU.$$

Pro dané hodnoty je práce $W = 10^{-3} \text{ J}$.

Velikost intenzity elektrického pole je $10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$, práce vykonaná při přenesení náboje je 10^{-3} J .

$$\mathbf{R5.33} \quad d = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}, E = 10 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1} = 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}, d' = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}; \text{ a) } U = ?, \text{ b) } E = ?$$

$$\text{a) } U = Ed = 300 \text{ V}$$

$$\text{b) } E = \frac{U}{d'} = 2 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} = 2 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\mathbf{R5.34} \quad d = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}, Q = 10 \mu\text{C} = 10^{-5} \text{ C}, F_e = 1 \text{ N}; U = ?$$

$$U = \frac{F_e d}{Q} = 5 \cdot 10^3 \text{ V} = 5 \text{ kV}$$

$$\mathbf{R5.35} \quad d = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}, U = 600 \text{ V}; E = ?$$

$$E = \frac{U}{d} = 5 \cdot 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} = 5 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\mathbf{R5.37} \quad r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}, Q = 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}; \sigma = ?$$

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{4\pi r^2} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2} = 8 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\mathbf{R5.38} \quad \sigma = 4 \mu\text{C} \cdot \text{m}^{-2} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}, \varepsilon_r = 2; \text{ a) } E_0 = ? \text{ pro } \varepsilon_r = 1, \text{ b) } E = ? \text{ pro } \varepsilon_r = 2$$

$$E = k \frac{Q}{r^2}, \quad \sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\text{a) } E_0 = k4\pi\sigma = 4,5 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\text{b) } E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = 2,3 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

R5.39 $r = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $Q = 10^{-8} \text{ C}$; $E = ?$, $\varphi = ?$

$$E = k \frac{Q}{r^2} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\varphi = \frac{kQ}{r} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ V} = 1,8 \text{ kV}$$

R5.40 $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$, $r = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$; $E = ?$, $\varphi = ?$

Uvnitř kovové koule není elektrické pole, takže $E = 0$.

$$\varphi = k \frac{Q}{r} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ V} = 180 \text{ kV}$$

R5.43 $C = 100 \text{ pF} = 10^{-10} \text{ F}$, $Q = 1 \text{ } \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$; $\varphi = ?$

$$C = \frac{Q}{\varphi} \Rightarrow \varphi = \frac{Q}{C} = 10^4 \text{ V} = 10 \text{ kV}$$

R5.45 $C = 5 \text{ nF} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $U = 200 \text{ V}$; $Q = ?$

$$Q = C\varphi = 10^{-6} \text{ C} = 1 \text{ } \mu\text{C}$$

R5.48 $a = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$, $b = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$, $d = 6 \text{ mm} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; $C = ?$

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \frac{ab}{d} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ F} \approx 90 \text{ pF}$$

R5.49 $S = 200 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $d = 3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\varepsilon_r = 6$; $C = ?$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d} = 3,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} = 350 \text{ pF}$$

R5.50 b) $\varepsilon_r > 1$

a) Poněvadž $C \sim 1/d$, kapacita deskového kondenzátoru se zmenší.

b) Poněvadž $C \sim \varepsilon_r$, kapacita deskového kondenzátoru se zvětší.

R5.51 $S = 10^{-2} \text{ m}^2$, $d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $\varepsilon_r = 6$, $Q = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $U = ?$

Kapacita deskového kondenzátoru je dána vztahem

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d},$$

kde ε_0 je permitivita vakua, ε_r relativní permitivita dielektrika, S obsah účinné plochy desek, d vzdálenost desek.

Napětí mezi deskami kondenzátoru určíme ze vztahu $Q = CU$, tedy $U = Q/C$, a po dosazení za kapacitu C je

$$U = \frac{Qd}{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}.$$

Pro dané hodnoty $U = 30 \text{ kV}$.

Mezi deskami kondenzátoru je napětí 30 kV.

R5.52 $C_0 = 500 \text{ pF} = 5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$, $U_0 = 100 \text{ V}$, $\varepsilon_r = 2$; a) $C = ?$, b) $U = ?$

a) $C = \varepsilon_r C_0 = 10^{-9} \text{ F} = 1 \text{ nF}$

b) $U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{\varepsilon_r C_0} = \frac{U_0}{\varepsilon_r} = 50 \text{ V}$

R5.53 $C = 50 \text{ }\mu\text{F} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ F}$, $U = 400 \text{ V}$; $W_e = ?$

$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 = 4 \text{ J}$$

R5.54 $C_0 = 500 \text{ pF}$

a) spojení paralelně: $C_1 = 2C_0 = 1 \text{ nF}$

b) spojení do série: $C_2 = C_0/2 = 250 \text{ pF}$

R5.55 a) paralelně, b) do série.

R5.56 $C_1 = 2 \text{ nF} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_2 = 3 \text{ nF} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $C_3 = 6 \text{ nF} = 6 \cdot 10^{-9} \text{ F}$, $U_0 = 300 \text{ V}$; a) $C = ?$,

b) $U_{1,2,3} = ?$

a) $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

$$C = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_2 C_3 + C_1 C_3 + C_1 C_2} = 10^{-9} \text{ F} = 1 \text{ nF}$$

b) Všechny kondenzátory mají stejný náboj, takže $U \sim 1/C$.

$$U_1 : U_2 : U_3 = \frac{1}{C_1} : \frac{1}{C_2} : \frac{1}{C_3}$$

$$U_1 = 150 \text{ V}, U_2 = 100 \text{ V}, U_3 = 50 \text{ V}$$

R5.57 $C_1 = 1 \text{ pF}$, $C_2 = 4 \text{ pF}$, $C_3 = 3 \text{ pF}$; $C = ?$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4}{5} \text{ pF}$$

$$C = C_{12} + C_3 = 3,8 \text{ pF}$$