

Prověřka "kinematika1" - řešení

R2.7 $v_1 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $t_1 = 3/4$, $t_2 = 1/4$; $v_p = ?$

Průměrnou rychlost v_p určíme jako podíl celkové dráhy s a doby t , za kterou automobil tuto dráhu ujede, tedy

$$v_p = \frac{s}{t}.$$

Za dobu t_1 ujede automobil při rychlosti v_1 dráhu

$$s_1 = v_1 t_1 = \frac{3v_1 t}{4}, \text{ za dobu } t_2 \text{ při rychlosti } v_2 \text{ dráhu } s_2 = v_2 t_2 = \frac{v_2 t}{4}.$$

Celková dráha je pak

$$s = s_1 + s_2 = \frac{3v_1 t}{4} + \frac{v_2 t}{4} = \frac{(3v_1 + v_2)t}{4}$$

a průměrná rychlost

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{3v_1 + v_2}{4} = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

R2.8 $v_1 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $s_1 = 3s/4$, $s_2 = s/4$; $v_p = ?$

Průměrnou rychlost v_p určíme jako podíl celkové dráhy s a doby t , za kterou automobil tuto dráhu ujede, tedy

$$v_p = \frac{s}{t}.$$

Dráhu s_1 ujede automobil za dobu

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{3s}{4v_1},$$

dráhu s_2 za dobu

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{4v_2}.$$

Celková doba jízdy je

$$t = t_1 + t_2 = \frac{3s}{4v_1} + \frac{s}{4v_2}$$

a po úpravě

$$t = \frac{(v_1 + 3v_2)s}{4v_1 v_2}.$$

Průměrná rychlost automobilu je pak

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{4v_1 v_2}{v_1 + 3v_2} = 75 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

R2.12 $s = 30 \text{ km}$, $t = 1/2 \text{ h}$, $t_1 = 20 \text{ min} = 1/3 \text{ h}$, $t_2 = 10 \text{ min} = 1/6 \text{ h}$, $v_1 = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; $v_2 = ?$

$$s = v_1 t_1 + v_2 t_2 \Rightarrow v_2 = \frac{s - v_1 t_1}{t_2} = 120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

R2.18 a) Z grafu odečteme pro automobil dvě odpovídající si hodnoty, např. $t_1 = 15 \text{ s}$, $s_1 = 300 \text{ m}$. Rychlost $v_1 = s_1/t_1 = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pro cyklistu např. $t_2 = 20 \text{ s}$, $s_2 = 100 \text{ m}$, jeho rychlost $v_2 = s_2/t_2 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. b) Dráhy měžeme odečíst z grafu nebo vypočítat pomocí rychlosti a času. Dráha automobilu je 300 m, dráha cyklisty je 75 m.

R2.22 $v_1 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $t = 0,5 \text{ h}$; $t = ?$, $s = ?$

$$v_1 t = v_2 (t - \Delta t)$$

$$t = \frac{v_2 \Delta t}{v_2 - v_1} = 2 \text{ h}$$

$$s = v_1 t = v_2 (t - \Delta t) = 120 \text{ km}$$

R2.38 $t = 5 \text{ s}$, $s = 50 \text{ m}$; $a = ?$

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

R2.39 $v_0 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 8 \text{ s}$; a) $a = ?$, b) $s = ?$

a) Z rovnice pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu $v = v_0 + at$ vyjádříme velikost zrychlení

$$a = \frac{v - v_0}{t} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

b) Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu $s = v_0 t + at^2/2$ a po úpravě dostaneme

$$s = \frac{1}{2} (v_0 + v) t = 40 \text{ m}.$$

R2.41 $v_1 = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $s = 200 \text{ m}$; $a = ?$

$$s = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

Po dosazení a úpravě dostaneme pro dráhu vztah

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a},$$

odtud zrychlení

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

R2.42 $t = 6 \text{ s}$, $s = 18 \text{ m}$, $v_0 = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $a = ?$, $v = ?$

Pro rovnoměrně zrychlený pohyb hmotného bodu s počáteční rychlostí v_0 platí rovnice

$$v = v_0 + at, s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Z rovnice pro dráhu určíme zrychlení

$$a = \frac{2(s - v_0 t)}{t^2} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro rychlost a po úpravě dostaneme

$$v = \frac{2s}{t} - v_0 = 4,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

R2.45 a) Z grafu odečteme pro dané úseky rychlosti $v_1 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_3 = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) $a_1 = v_1/t_1 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_2 = 0$ (rychlost se v době od 2 s do 4 s nemění),

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

R2.47 a) Po dobu $t_1 = 2 \text{ s}$ je pohyb rovnoměrně zrychlený, po dobu $t_2 = (9 - 2) \text{ s} = 7 \text{ s}$ je pohyb rovnoměrný, po dobu $t_3 = (10 - 9) \text{ s} = 1 \text{ s}$ je pohyb rovnoměrně zpomalený.

$$b) a_1 = v/t_1 = 0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a_2 = 0$$

$$a_3 = v/t_3 = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$c) s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 + v t_2 + v t_3 - \frac{1}{2} a_3 t_3^2 = 12,75 \text{ m}$$

R2.48 $v_0 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $t = 5 \text{ s}$; a) $a = ?$, b) $s = ?$

a) Z rovnice pro rychlost rovnoměrně zpomaleného pohybu $v = v_0 - at$, kde konečná rychlost automobilu $v = 0$ (automobil zastavil), určíme velikost zrychlení

$$a = \frac{v_0}{t} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

b) Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro dráhu rovnoměrně zpomaleného pohybu

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$$

a dostaneme

$$s = \frac{1}{2} v_0 t = 50 \text{ m}.$$

R2.50 $t = 50 \text{ s}$, $v_1 = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_2 = 36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $a = ?$, $s = ?$

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t} = 0,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$s = v_1 t - \frac{1}{2} a t^2 = 750 \text{ m}$$

R2.52 $v_0 = 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 11,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $s = 12,5 \text{ m}$; $a = ?$

$$a = \frac{v_0^2}{2s} \approx 4,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

R2.53 $v_{\text{dov}} = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 16,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $s = 40 \text{ m}$, $a = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $v_0 = ?$

$$v_0 = \sqrt{2sa} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_0 - v_{\text{dov}} = 12 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

Automobil překročí dovolenou rychlost o $12 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.